LA PROBABILITA': DISCUSSIONI SUI PRINCIPI

Intervista di un redattore di Sapere *col prof. Bruno de Finetti*

Fig. 1 *Il prof. Bruno de Finetti.*

SAPERE: Recentemente, e pressoché simultaneamente, sono apparsi in Italia la Sua « Teoria delle probabilità » (Einaudi, 1970) ed i « Fondamenti del Calcolo delle probabilità » (Feltrinelli, 1970) di Domenico Costantini, intesi a sostenere due concezioni molto diverse. Vorrebbe aiutarci a chiarire ai nostri lettori quale sia l'apporto di queste due opere e in cosa consista il dissenso?

BRUNO de FINETTI: Volentieri, purché sia chiaro che io sono parte in causa. Le informazioni che darò spero risulteranno obbiettive; i commenti però saranno ovviamente informati al mio punto di vista e il lettore dovrà esserne avvertito perché stia attento a vagliarli con la propria testa.

S.: Lo ha già avvertito Lei, comunque penserò anche io, all'occasione, se riuscirò, a fare l'avvocato del diavolo.

BdF.: Prima di entrare in argomento vorrei dire che il 1970 ha visto uscire in Italia non due, ma ben tre, libri impegnativi sulla probabilità. Il terzo è « Calcolo delle probabilità ed elementi di statistica » (UTET, 1970) di Luciano Daboni, di orientamento soggettivistico ma inteso soprattutto, ed egregiamente, alla trattazione matematica (e piuttosto neutrale) dei principali argomenti e problemi. Non dà spunti per coinvolgerlo nella presente discussione, ma era doveroso menzionarlo.

S.: I primi due invece sono fortemente orientati verso una concezione e impostazione molto caratterizzate, è così?

BdF.: Sì, ma anche se hanno in comune l'aspetto che interessa SAPERE, e cioè quello di illustrare e difendere un preciso punto di vista in merito alla perenne diatriba sui fondamenti, i due libri hanno natura e struttura molto diverse.

S.: Diversa struttura... In che senso?

BdF.: Il libro di Costantini ha espressamente come argomento il confronto fra le diverse concezioni attraverso il pensiero dei principali autori. Tale confronto è sviluppato mediante l'analisi dell'evoluzione storica e della problematica attuale delle diverse interpretazioni. Ed è in seguito a ciò che, come conclusione, l'A. esprime la propria adesione alla concezione *logistica*, che trova preferibile.

Il mio libro, invece, intende sviluppare e presentare tutto (in certo senso) il calcolo delle probabilità secondo la concezione *soggettivistica.* I motivi per cui sostengo tale concezione li ho già esposti ripetutamente (e un po' mi obbligherete ora a ripeterli anche Voi...); molte delle incomprensioni e obiezioni incontrate dipendono però dal pensare isolatamente a qualche singola affermazione o argomentazione, anziché collocarla nel tutto ove s'inquadra. Di qui la necessità di mostrare, come ho inteso col mio libro, che è possibile inquadrare tutto secondo il punto di vista soggettivistico, e come ciò conduca a una visione organica, coerente, intrinsecamente completa, idonea indifferentemente a trattare tutti i casi in cui tale calcolo serve, e cioè tutto ciò che appartiene al campo dell'incertezza. Solo incidentalmente ho incluso dei cenni ad altre concezioni e delle osservazioni critiche per controbatterle: in genere, più o meno le stesse che sono stato costretto a ribadire più e più volte. Tuttavia, ho anche aggiunto talora qualche completamento, collegato anche all'inclusione di alcuni argomenti nuovi che, con l'occasione, mi è sembrata opportuna o necessaria.

S.: Ho visto infatti, dalla dedica a Beniamino Segre, che ringrazia lui per aver insistito da tempo sulla necessità che Lei scrivesse un'esposizione completa al fine di chiarire un punto di vista e di provarne la validità. Ora, lo scopo sarà raggiunto?

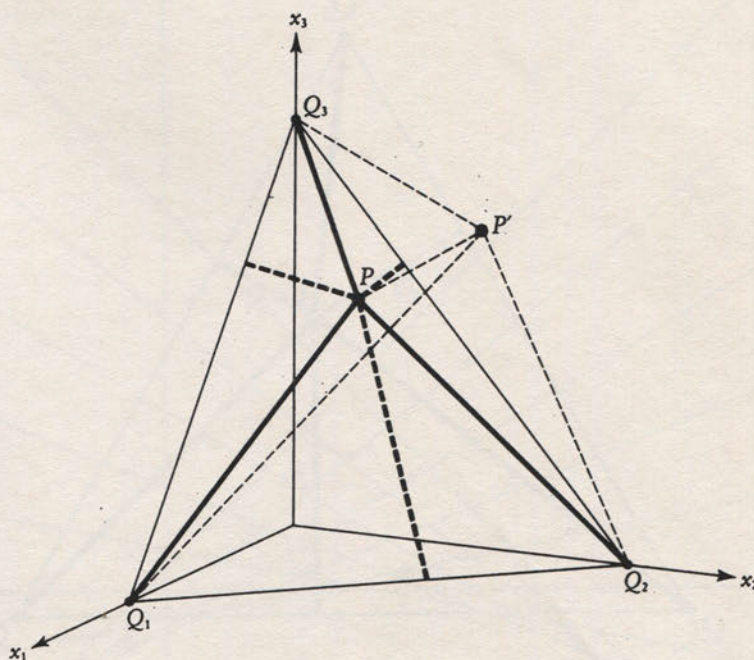
BdF.: Non è così facile. Il libro è riuscito molto più lungo di quanto desiderassi e immaginassi (tanto che all'ultimo ha dovuto esser rilegato in due volumi!). Anche se qualcuno riuscirà a leggerlo tutto attentamente, non è detto che se fa un'obiezione su un punto ricordi che ad essa risponde una controobiezione chissà in quale altro punto. E poi vi sono delle prevenzioni: c'è gente che si scandalizza al solo pensiero di accettare una nozione *soggettiva* (o anche solo a sentir profferire tale termine!) mentre è prontissima ad accettarla tale e quale od anche grossolanamente peggiorata pur di gabellarla per oggettiva. Roba da « caccia alle streghe »...

S.: Sì, ma bisognerà subito spiegare un po' quali siano le concezioni della

Del punto di vista cui si ispira la « Teoria della Probabilità » di de Finetti cercheremo di dare un'idea attraverso la presentazione di pochi passaggi caratteristici e significativi e di alcune figure che li illustrano.

La probabilità ha sempre un significato soggettivo: anche se valutata, in molti casi, coi consueti criteri basati su simmetrie e frequenze, essa diviene la probabilità, *per un dato individuo, se ed in quanto egli la adotta, come propria opinione (sia pure accettando la validità, in quel caso, di quei criteri, senza sollevare dubbi sempre a priori leciti).*

Perciò diviene essenziale in tale impostazione, lo studio di metodi per aiutare e obbligare un individuo a valutare consapevolmente ed esprimere sinceramente le proprie opinioni di probabilità. E allora (citiamo da pagina 212):

« Un primo aspetto è la necessità di acquisire il senso dei valori numerici. Vi sono molte persone che, per dire in quanto tempo si arriva a questo o quel luogo, rispondono "cinque minuti" oppure "un'ora" a seconda che è piuttosto vicino o piuttosto lontano, ignorando termini intermedi. Oppure uno può essere del tutto non famigliare con una data scala, come un medico che, pur sapendo giudicare, toccando un ammalato, se ha la febbre, e più o meno alta, si troverebbe in difficoltà se dovesse comunicarla in scala a lui inconsueta (per es. Fahrenheit mentre è abituato ai centigradi, o viceversa). Anche nei giudizi di probabilità v'è chi ignora i gradi intermedi qualificando di "quasi impossibile" ogni cosa che non gli sembra "quasi certa" oppure si limita ad aggiungere un "50-50" (fifty-fifty) o frasi analoghe quando non gli sembrano abbastanza certi né il SI né il NO.

Per eliminare siffatte deficienze occorre averne coscienza ed esercitarsi ».

Per « esercitarsi », si potrebbe pensare di proporre scommesse, ma, per evitare cause di distorsione facilmente immaginabili, conviene ricorrere a schemi analoghi ma più correttamente ispirati alla « teoria delle decisioni ». In sostanza si tratta di chiedere a un individuo di indicare il valore che attri-

Fig. 2.

probabilità, altrimenti, parlando di soggettivo, o logicista, o altro, il lettore non ci potrà seguire.

BdF.: Giustissimo. Cominciamo col dire che esistono diverse concezioni della probabilità, benché conducano tutte alla medesima teoria matematica delle probabilità, o calcolo delle probabilità (salvo qualche inezia).
Le tre correnti principali (prescindendo da innumerevoli sfumature) sono quella *dei soggettivisti* e quelle dei *logicisti* e dei *frequentisti* (detti, insieme, *oggettivisti*).
I logicisti partono dai casi tipo dadi ove le facce si giudicano ugualmente probabili per ragioni obbiettive (simmetria). I frequentisti partono da schemi statistici giudicando oggettive le probabilità valutate in base a frequenze (percentuali di realizzazioni osservate su casi analoghi). Entrambi ammettono di considerare altri casi solo se riescono a ricondurli più o meno artificiosamente al loro schema preferito, fuori del quale parlare di probabilità per loro non ha senso (se non — come taluni consentono — per « vaga analogia »).
Per i soggettivisti, al contrario, la nozione di probabilità va intesa conformemente al significato del termine nel linguaggio comune, ossia, concretamente, come possibile base per una scommessa. La nozione di probabilità, così intesa come grado di fiducia (o di credenza) nell'avverarsi di un evento (o, equivalentemente, nella verità di una proposizione) ha una validità del tutto generale. Essa è sempre soggettiva, nel senso che esprime nient'altro che l'opinione di chi la valuta...

S.: Scusi, ma ora vorrei davvero fare l'avvocato del diavolo. Se così fosse ciascuno potrebbe valutare tutte le probabilità a caso senza osservare alcuna regola né tener conto di alcuna esperienza, e nessuna considerazione avrebbe alcun valore per nessun altro tranne per chi la fa...

BdF.: Accidenti! Anche il diavolo si mette a fare... la caccia alle streghe appena sente dire « soggettiva »...
Ma certamente, è verissimo; un uomo *può* anche scegliere le probabilità a caso, così come, se i genitori lo hanno (imprudentemente?) abituato fin da piccolo a andare in giro senza dande, *potrà* scegliere a caso che strada pren-

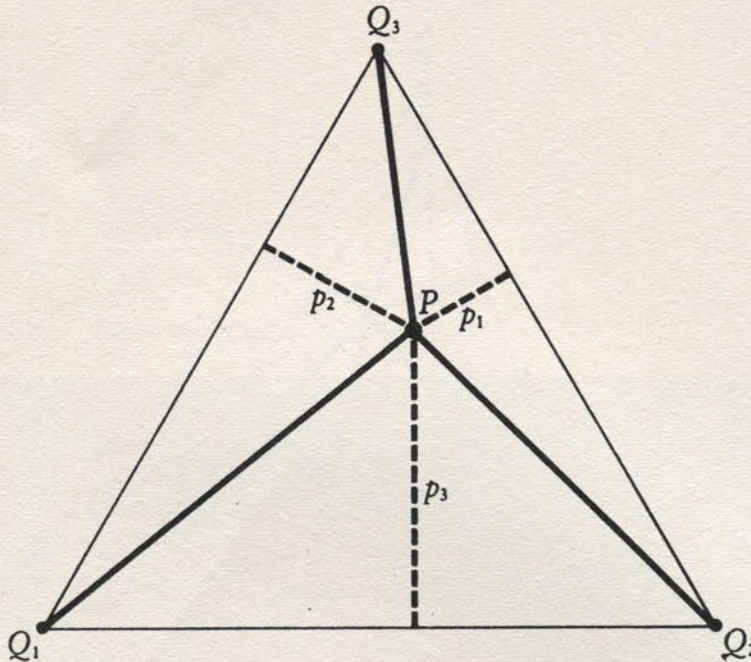



Fig. 3.

buisce alle probabilità di uno o più eventi, stabilendo che gli verrà inflitta una penalizzazione *dipendente dalla sua valutazione e dall'esito degli eventi in questione. La regola di penalizzazione si sceglie in modo che ciascuno trovi vantaggioso esprimere correttamente la propria opinione (in tal modo minimizza la penalizzazione secondo la sua previsione).*

I metodi più semplici sono quelli in cui la penalizzazione è commisurata al « quadrato della distanza » fra il punto-previsione che rappresenta la valutazione di probabilità e quello che rappresenta il risultato effettivo.
Così nella figura 2 il punto-previsione (P' oppure P) ha per coordinate le probabilità x_1, x_2, x_3 date da un individuo a tre eventi A, B, C, di una partizione (di cui cioè se ne deve verificare uno e uno solo, come vittoria, pareggio o sconfitta, o 1-X-2, in una partita di calcio); il punto-risultato è Q_1 (corrispondente a $x_1 = 1$, $x_2 = x_3 = 0$) se si verifica A, e così Q_2 e Q_3 se si verificano B o C. Le penalizzazioni sono date dai quadrati delle distanze, cioè di PA, di PB, di PC, ed è già intuitivo che conviene rendere piccole le distanze dei punti-risultato ritenuti più probabili (e si dimostra che ciò porta proprio a indicare come x_1, x_2, x_3 i valori effettivamente dati alle probabilità).
Ma inoltre risulta automaticamente dimostrato che uno deve *soddisfare il teorema delle probabilità totali (le probabilità dei tre casi devono dare come somma 1): se anziché un P con $x_1 + x_2 + x_3 = 1$, cioè sul triangolo Q_1 Q_2 Q_3, si prendesse un P' fuori, tutte e tre le distanze e quindi le penalizzazioni, sarebbero maggiori che scegliendo P proiezione di P' sul triangolo. Questo fatto, esemplifica il modo come appaiono « condizioni oggettive di coerenza » obbligatorie per valutazioni* soggettive *(per chi non vuole danneggiarsi da sé).*
Sul ruolo di tali limitazioni nell'imporre in pratica valutazioni in certo senso ragionevoli, ecco alcune osservazioni (citando da pag. 218):
« Le condizioni di coerenza, pur senza limitare in alcun modo di per sé la

dere, se percorrerla in piedi o carponi, se buttarsi sotto un autobus o giù da un ponte. Ma in genere nessuno fa così: anche se è libero di scegliere lo fa con criterio secondo opinioni e gusti suoi, e spesso opinioni e gusti sono vicini o coincidono per molte persone o tutte (pur non cessando di essere soggettivi benché la coincidenza sia per lo più indotta da circostanze oggettive).

S.: Ma insomma, un obbligo, allora, c'è sempre?

BdF.: Bisogna distinguere tra obbligo di seguire una ricetta prefabbricata e riflessione intesa a responsabilizzare la scelta lasciata libera...

S.: Preciso la domanda: nei casi dei dadi o delle frequenze il soggettivista deve accettare le definizioni degli oggettivisti?

BdF.: Non come definizioni, ma come criteri sì; però neppure come criteri standard da applicare automaticamente, bensì vagliando caso per caso se e fino a qual punto riescono convincenti.

Una percentuale di casi possibili o di successi (frequenza) è indubbiamente e *sempre* un dato obiettivo anche quando nessuno lo userebbe come probabilità. Ed è soltanto dopo aver riflettuto se tale valore, tale e quale o corretto in base ad altre informazioni o riflessioni, ci appare *idoneo come base per previsioni* in uno o più casi analoghi, che esso diventa (per chi così valuta) una *probabilità*. (E se così non fosse, che motivo ci sarebbe per introdurre questo nuovo termine?).

S.: Già; ma ora mi sembra che si dovrebbe, prima di proseguire, chiarire come mai si abbia un unico calcolo delle probabilità pur partendo da concezioni tanto diverse. In particolare come possono esserci regole di calcolo per probabilità soggettive che si possono scegliere senza alcuna regola?

BdF.: Risiamo al punto di prima, ma è giusto perché occorre ripetere in forma matematica quel che prima è stato solo accennato discorsivamente.

I soggettivisti non impongono regole (come altri fa), fissandole come dogmi o come assiomi. Sta di fatto però che se uno non rispetta delle ovvie regole di *coerenza* può farsi rovinare da chi ne approfittasse obbligandolo a una op-

libertà nella valutazione di una qualunque probabilità, in pratica limitano molto la possibilità di valutazioni " stravaganti ". Precisamente, risulta impossibile una valutazione stravagante isolata (così come avviene per un bugiardo che per sostenere una bugia deve costruirne tutta una serie, o per un progettista che, venendo cambiato un dato, deve alterare tutto il progetto). È facile dire " per me la probabilità di E è doppia di quel che, più o meno, ritengono gli altri "; però se Tu affermerai ciò potrò chiederti " ma allora, come valuti le probabilità di A, B, C,...? ", e, avuta risposta, " dunque, per te, la probabilità di H è così piccola, un decimo di come si valuta comunemente? ", e via dicendo. Se ti sentirai sempre sicuro della tua coerenza, avrai un'opinione concreta coerente che gli altri potranno dire " stravagante " (col medesimo diritto con cui Tu potrai dire stravagante l'opinione comune) ma non altrimenti trovare in difetto; più spesso però ti accorgerai che la valutazione stravagante iniziale ti mette in disaccordo non solo con gli altri ma anche con te stesso *non appena affronti il problema in tutta la sua interezza e complessità con tutti i suoi addentellati.*

La fig. 3 è la stessa fig. 2 in cui si consideri solo il triangolo Q_1 Q_2 Q_3 dato che gli altri punti vanno esclusi

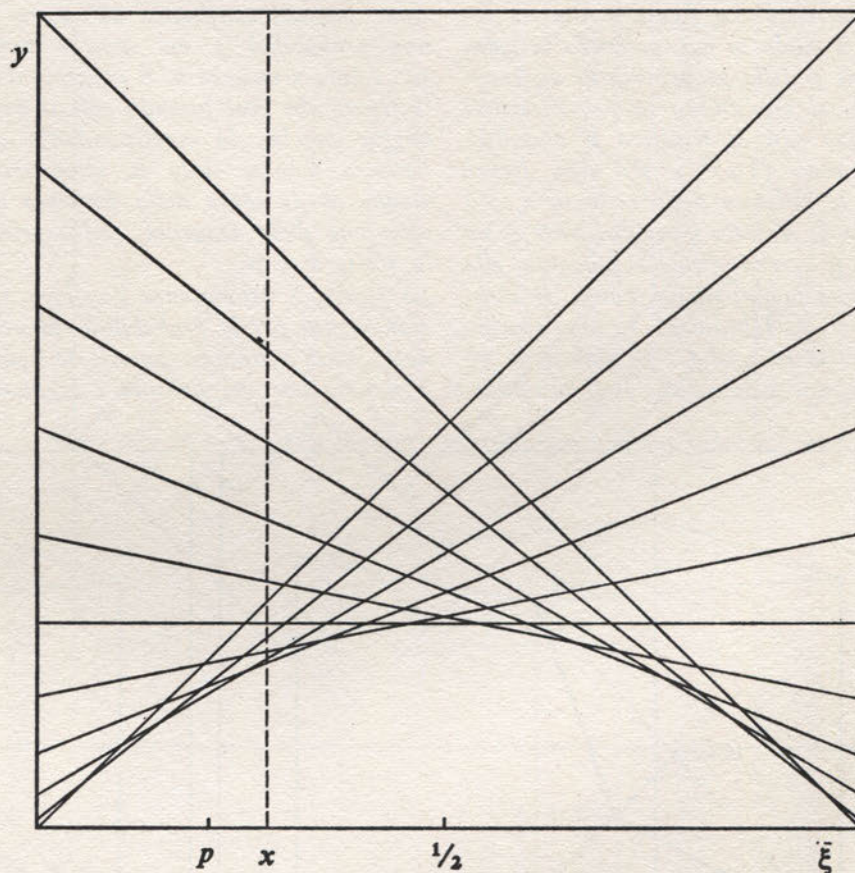



Fig. 4 *Le rette corrispondono alle combinazioni di penalizzazione tra cui il metodo consente di scegliere. L'ordinata di una retta nel punto p è la previsione di penalizzazione per chi sceglie quella retta e attribuisce all'evento in questione la probabilità più piccola. In tal caso il minimo ottenibile è dato dall'ordinata della parabola e la scelta ottima è quella della tangente alla parabola in corrispondenza all'ascissa p.*

portuna (per lui) combinazione di scommesse che il primo si è detto disposto ad accettare (con una parola di moda, lo può « incastrare »). E i soggettivisti avvertono: trasgredire tali regole espone a questo rischio...

S.: Come avvertire « Chi tocca i fili muore » anziché ingiungere che *è vietato* toccarli?

BdF.: Proprio così. Possiamo distinguere in tal modo un comportamento *razionale* o *irrazionale* a seconda che si bada o no a non cadere in siffatte incoerenze.
Quanto ai criteri basati su simmetrie e su frequenze, essi non hanno nulla a che fare con tale *razionalità*; è abbastanza spontaneo seguirli anche senza che uno vi abbia mai riflettuto, si possono addurre giustificazioni consistenti nel ricondursi ad altre ammissioni spontanee più elementari (*), ma pur sempre accettabili o no da chiunque a seconda che gli sembrino o non sembrino valide, caso per caso.
Accettandole, uno può apparirci più o meno *ragionevole*, in un senso soggettivo (cioè esprimente l'opinione di chi lo giudica), e che comunque nulla ha a che fare col precedente senso di « razionale » (ossia con le regole rigide della coerenza). Ne dovremo riparlare con riferimento alle frequenze discutendo del « ragionamento induttivo ».

(*) Senza entrare in dettagli, ciò dipende dall'ammissione di condizioni come la *scambiabilità* (accennata più avanti) od analoghe.

S.: E come mai le regole di coerenza valgono anche per gli oggettivisti, per i quali la probabilità non è una valutazione, e allora non si può neppure dirla coerente o no?

BdF.: È automatico: le percentuali di « casi favorevoli » su *n* possibili e di « successi » su *n* prove soddisfano necessariamente per ragioni aritmetiche quella proprietà di additività che è condizione di coerenza. Formalmente, non c'è alcuna contraddizione fra le tre impostazioni: si tratta solo di scegliere se sia preferibile una teoria unitaria che ingloba le altre come casi particolari (e... cum grano salis) o basarsi su l'uno o l'altro dei concetti particolari (da prendersi alla lettera, acriticamente), e poi arrangiarsi se non ci si contenta

per coerenza. La figura 4 illustra invece il modo in cui, variando la valutazione p della probabilità di un evento, E, si modificano le penalizzazioni nei due casi di risultato E e non-E. Esse sono $(1-p)^2$ e p^2; nella figura sono le ordinate delle rette in $x = 0$ e $x = 1$, la retta corrispondente a un dato p essendo quella tangente alla parabola inviluppo nel punto di ascissa $x = p$. L'ordinata di una qualunque retta in $x = p$ è la previsione (o " speranza matematica ") di penalizzazione per chi attribuisca all'evento E una probabilità p ma indichi come suo valore x anziché p. È evidente dalla figura che così facendo egli si danneggia perché, in corrispondenza all'ascissa $x = p$, tutte le altre rette stanno al di sopra della parabola ad eccezione della tangente, che esprime la scelta $x = p$.
La figura 5 rappresenta l'analogo ragionamento per le probabilità subordinate. Senza entrare in dettagli, la figura 5 mostra che (si pensino i seginenti marcati come fili elastici!) il punto x, y, z deve trovarsi sul piano per (x, 0,0) e la diagonale (0,1,0) — (1,1,1), ossia sul paraboloide $z = xy$. Ma, nella impostazione che conduce a detta figura, x è la probabilità del prodotto EH di due eventi E ed H, ed y e x quelle di H e di " E subordinatamente ad H "; quindi la relazione $z = xy$ significa che, per la coerenza, deve venir soddisfatto il cosiddetto " teorema delle probabilità composte ".
Altre due figure, prese invece dal se-

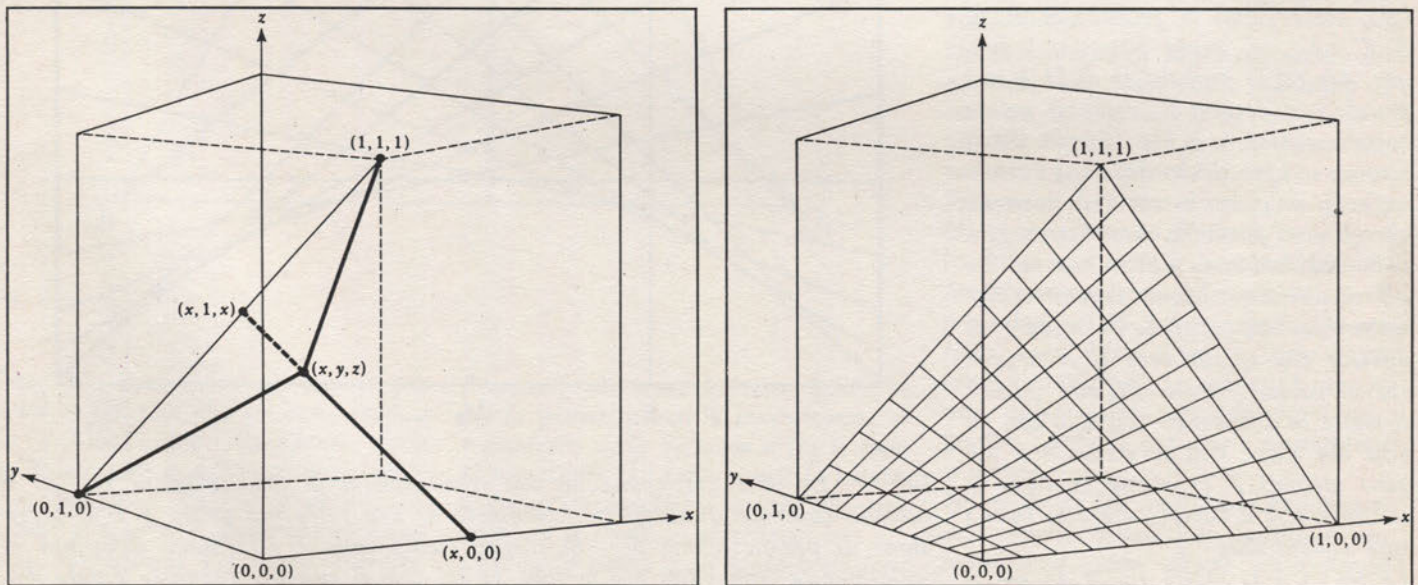



Fig. 5.

di rimanere reclusi definitivamente entro tale angusto steccato e isterilirvisi.

S.: Quali prospettive vi sono per una proficua prosecuzione delle discussioni in argomento?

BdF.: Io penso che, almeno riferendoci all'Italia, l'interesse per tali argomenti dovrebbe venir particolarmente ridestato e agevolato dal libro di Costantini. Egli vi presenta e discute in una sintesi molto efficace l'essenza e la storia delle diverse concezioni, riuscendo a rendere chiare le posizioni che spesso nelle opere originali dei singoli autori riescono difficili da individuare, separando il punto decisivo dalle pur necessarie disquisizioni e formalizzazioni esplicative. Lo dico perché io stesso ebbi questa lieta sorpresa, sia nel leggere passi che mi rinfrescavano la memoria di cose già lette, e sia in altri concernenti invece cose per me nuove. Anche le considerazioni e prese di posizione personali dell'A. appaiono spesso meditate e giudiziose...

S.: Ma allora cosa ci sto a fare come moderatore, se non c'è ombra di dissenso?

BdF.: Eh, no: nonostante tutto ciò il dissenso esiste e si fa sentire frequentemente. In certo senso è anche radicale. Ma deriva da una sottile differenza di visuale che riaffiora sotto diverse sembianze in punti diversi, forse dovunque. Riaffiora a renderci sempre avvertiti che anche le cose su cui sembra si sia d'accordo, e dove uno può trovare che l'altro si è espresso esattamente e felicemente, sono purtuttavia vedute attraverso 'occhiali diversi (ed è facile indovinare che ciascuno di noi due giudicherà *deformanti* gli occhiali dell'altro).
Ma inoltre... c'è anche un fatto per me assolutamente inesplicabile...

S.: Un fatto inesplicabile? Sarà meglio allora sentire subito di che si tratta.

BdF.: Sarebbe prematuro. Si tratta, comunque, di questo: è sfuggita all'A. l'esistenza di una trattazione soggettivistica del ragionamento induttivo, che è parte essenziale della concezione soggettivistica, per cui non gli fu possibile discuterne appropriatamente.
Ho voluto menzionare ora il fatto per non stupire informandone a suo luogo

condo volume, riguardano argomenti particolari su cui si può far rilevare l'efficacia di ragionamenti svolti su appropriate rappresentazioni grafiche.
La figura 6 illustra il problema dello scrutinio: qual è la probabilità che il candidato che ha la maggioranza (H voti su N, H N/2) sia risultato sempre in vantaggio durante lo spoglio? Nella figura, a ogni voto favorevole corrisponde un passo in su, e viceversa. Se il primo voto è sfavorevole, il che ha probabilità (N-H)/N, il "sempre in vantaggio" è escluso (vedi spezzata marcata). Ma gli altri casi sono altrettanti per cui la probabilità di sempre in vantaggio è 1-2(N-H)/N = (2H-N)/N = Y/N (Y dislivello finale). Che siano altrettanti lo mostra la figura: ogni traiettoria come quella tratteggiata (e che continua poi con quella marcata) corrisponde a quella marcata per semplice riflessione speculare del tratto iniziale (fino al ritorno al livello 0). È questa un'applicazione particolare di un elegante e celebre ragionamento di Desirè Andrè.
La figura 7 mostra la forma di una distribuzione che si incontra in varie applicazioni e spesso con conclusioni inattese (sul che sarebbe lungo intrattenerci). Comunque la figura mette in luce l'equivalenza di tre circostanze che si riflettono, nell'ordine, sulle tre parti della figura, dal basso verso l'alto.

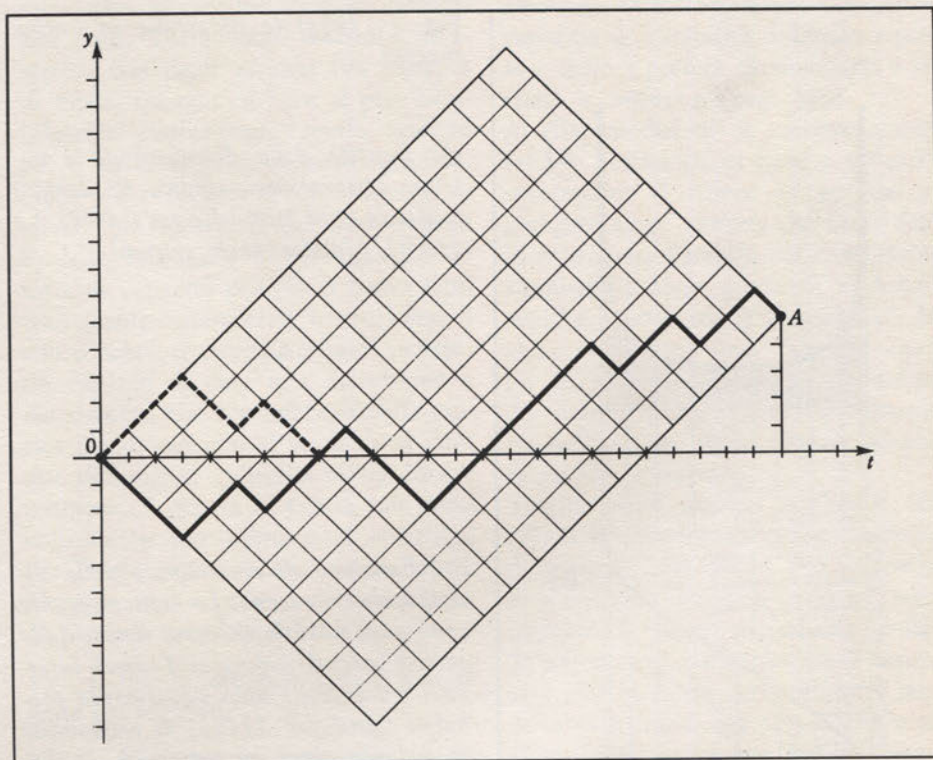



Fig. 6 *Ragionamento di Desiré André: problema dello scrutinio. Le traiettorie da O ad A con primo passo discendente corrispondono biunivocamente a quelle con primo passo ascendente che però toccano l'asse t.*

più avanti, dopo aver detto che ci sono da rilevare soltanto quelle differenze in certo senso sottili da cui conviene cominciare.

S.: Se si tratta di sottigliezze sarà difficile chiarirle e farvi avere interesse ai lettori, non crede?

BdF.: Non è certo il caso di entrare in aspetti tecnici come tali. Ma, badando a lumeggiare i sottostanti atteggiamenti concettuali, l'essenza delle differenze può risultare chiara e interessante anche per i non specialisti.

S.: E vediamo. Qual è, dunque, la visuale del Costantini?

BdF.: Come ho già detto, egli propende per la posizione logistica, però in una versione più elaborata che dovrebbe portare al « superamento della frattura logicismo-soggettivismo » ed al « rifiuto di ogni esclusivismo » (p. 199). È la stessa aspirazione ad una visione unitaria...

S.: ... per cui si batte anche Lei...

BdF.: ... appunto; solo che per lui (nella scia di Carnap, Hintikka, ecc.) l'unificazione dovrebbe avvenire in chiave logicistica, mentre per i soggettivisti (tra cui io) ha senso costruirla soltanto in chiave soggettivistica.

S.: Le difficoltà sono analoghe, nel procedere secondo le due direzioni?

BdF.: No, sono opposte. La possibilità della interpretazione soggettivistica è palese. Tutti pensano e agiscono, più o meno inconsciamente e più o meno appropriatamente, in termini di giudizi (soggettivi) di probabilità. La difficoltà, in questo caso, sta nel superare i preconcetti contro ciò che è soggettivo!

Fig. 7 *Leggi le didascalie in ordine inverso.*

a) *Densità della distribuzione a coseno. L'istogramma indica la densità media in ogni intervallo fra i decili. La densità è finita negli estremi.*

b) *Funzione di ripartizione della distribuzione a coseno. Le ascisse segnate sono quelle dei decili come risulta dalle corrispondenti ordinate. I dieci intervalli fra i decili sono ugualmente probabili (prob. = 1/10); la probabilità si addensa verso gli estremi.*

c) *Si considera la distribuzione di probabilità della proiezione di un punto scelto a caso su una semicirconferenza. La divisione della semicirconferenza in dieci parti uguali (18°) dà i decili.*

S.: Ma è forse un preconcetto che la scienza debba essere oggettiva?

BdF.: D'accordo: la scienza deve essere oggettiva. Ma ciò non vuol dire che la scienza non possa o debba studiare (in modo oggettivo) concetti, idee, ragionamenti, comportamenti, ecc. di natura soggettiva, né, tanto meno, che per studiarli sia autorizzata o costretta a snaturarli affinché essi stessi possano venir contrabbandati come roba « oggettiva ». E infatti la teoria (soggettivistica) della probabilità studia le condizioni oggettivamente necessarie perché le probabilità (soggettivamente valutate da chicchessia) siano *coerenti* (nel senso preciso e obbiettivo — anzi *logico* — sopra detto), ed anche di chiarire certi atteggiamenti soggettivi profondi che spiegano scelte soggettive apparentemente basate su criteri meccanici (che gli oggettivisti vogliono invece proprio accettare e imporre brutalmente e sconsideratamente come tali), come quelli basati su simmetrie e frequenze.

S.: E in che senso sono opposte le difficoltà per l'unificazione in senso logistico?

BdF.: Il compito che i fautori di tale indirizzo si prefiggono è assai più ambizioso (prescindendo dalla questione che esso sia o no assurdo, come appare ai soggettivisti). Per assolverlo dovrebbero determinare univocamente (almeno in linea di principio) l'*unica* probabilità *logicamente vera* per ogni evento (o proposizione). Mentre, ricordiamo, i soggettivisti si limitano a definire le valutazioni di probabilità coerenti, lasciando a ciascuno di scegliere soggettivamente la propria e di modificarla man mano che varia il suo stato d'informazione (od anche, eventualmente, se approfondisce le sue riflessioni al riguardo). Ma la scelta « logica », rinunciando al « buon senso » cui si appellano in certo modo i soggettivisti, non può avere che un carattere formalistico, come tale inevitabilmente (a mio avviso) *arbitrario*, e quindi pernicioso, anzi mortifero.

S.: In che cosa, arbitrario? L'esem-

pio del dado, citato all'inizio...

BdF.: ... quello è un esempio troppo comodo. Nei casi in cui praticamente tutti gli individui sono certamente d'accordo nel valutare una probabilità (direi, se mi permette una piccola cattiveria, quando anche tutti gli oggettivisti facendo una valutazione da soggettivisti sono d'accordo) ci vuol poco a proclamarla oggettiva, e chi è desideroso di collocare questo epiteto è pronto a contentarsi di così poco.
Ma poi — come si sa, l'appetito viene mangiando — pur di appioppare l'epiteto ad altre probabilità ci si contenta di ancor meno: per esempio di suddivisioni di casi complessi in fantomatici « casi elementari » (frasi come « veramente atomici e non solo apparentemente » e « non ulteriormente scomponibili » (pag. 62) non aggiungono evidentemente nulla di concreto) per la cui enumerazione si accettano indifferentemente criteri diversissimi ed arbitrari. Ma l'arbitrario scelto univocamente per mera convenzione appare oggettivo; l'importante — per i fautori di tale punto di vista — è solo bandire ogni traccia di buon senso o di intelligenza per evitare che la scelta risulti soggettiva e come tale per essi inaccettabile.

S.: Ho lasciato correre « una piccola cattiveria », come mi aveva chiesto; ma poi, anziché fermarsi, ha proseguito ancor peggio... Ora basta!

BdF.: Già, ha ragione. È che le idee esposte in forma vivace colpiscono meglio nel segno; intendo come chiarimento del punto di vista; non volevo certo colpire nessuno... Confermo anzi che anche il dissenso su questo punto, nonostante la forma « cattiva » delle controobiezioni, rientra a mio avviso in quegli effetti di « sottili differenze di visuale ».

S.: In che modo giocano qui tali differenze di visuale? e si tratta sostanzialmente di un'unica differenza, o di più differenze, tra loro indipendenti o tra loro collegate?

BdF.: Si tratta di più differenze di atteggiamenti collegantisi in un'unica differenza complessiva di visuale. Questa differenza complessiva può esser descritta brevemente dicendo che l'impegno, altrettanto sofferto e sottile e penetrante, per risalire alle basi essenziali del ragionamento probabilistico, può esser visto in due modi sotto altro aspetto opposti (che si contrappongono non solo in questo caso ma in tutto l'ambito dei fondamenti della matematica).
L'uno consiste nel partire dal significato pratico, applicativo, prematematico, prescientifico, di un certo campo di problemi, nell'approfondire l'esame delle reali esigenze sottostanti ai problemi posti, per risalire di qui alle impostazioni idonee ed infine all'individuazione, a livello astratto, dei principi ed assiomi che riassumano tutto ma soltanto ciò che è richiesto dalle esigenze pratiche concrete da cui si è preso le mosse.
Questa è la mia via, la via che difendo in ogni campo come la sola feconda, ragionevole, sostanzialmente logica.
L'altra via consiste nel capovolgere tutto il cammino, procedendo (se il termine non vi sembra troppo cattivo) alla cieca. Tutto viene costruito in astratto con degli assiomi (va bene, è di moda, ma con ciò?), e si può naturalmente confezionare teorie astratte più o meno elegantemente congegnate. Nulla da obiettare se sono fine a se stesse. Ma spesso, invece, dei termini e delle relazioni che vi figurano in astratto vengono poi più o meno arbitrariamente interpretati identificandoli con concetti concreti, e magari pensando con ciò di dare una definizione a dei concetti che servirebbero nella pratica ma di cui non si vuole o sa dare una definizione collegata al significato concreto. È questa la ricetta più miracolistica (e purtroppo assai sfruttata) per creare pseudoteorie, e pseudoproblemi in seno ad esse, e pseudosoluzioni per tali pseudoproblemi.

S.: È questa, secondo Lei, la via seguita dai logicisti?

BdF.: In parte no. Spesso c'è un aggancio iniziale ad elementi realistici presenti nel ragionamento probabilistico, dalle situazioni di simmetria a quelle con frequenze, ed anche alle condizioni di coerenza per le scommesse. Ma, anziché vedere in esse l'effettiva radice e quindi il criterio unico ed ultimo per vagliare quali assiomi risultino necessari e sufficienti, nel senso di « adeguati per l'applicazione alla realtà », sembra li si consideri dei rozzi spunti atti solo ad ispirare gli inventori di assiomi arbitrariamente perfezionandi.

S.: Può chiarire questi rilievi con esempi concreti tratti dal libro di Costantini?

BdF.: Certamente. La difficoltà è solo nell'imbarazzo della scelta, ché molti sono importanti e significativamente diversi tra loro. Intanto, abbiamo già menzionato la ricerca di distribuzioni « uniformi » rispetto a metodi arbitrari di enumerazione o suddivisione, quasi non fosse la stessa cosa che considerare distribuzioni arbitrarie. Ma ecco altri esempi di analoghe distorsioni di pensiero.
1) Definire la simmetria mediante assiomi (Carnap) concernenti *non le circostanze reali* riguardanti gli eventi bensì il *linguaggio* (puramente convenzionale) in cui vengono espressi (assiomi riconosciuti, per di più, come « in parte artificiosi » dallo stesso Costantini), varrebbe a « stabilire a livello *rigoroso* » delle « pretese di simmetria » che erano « *confuse* » (pag. 180).
2) Alle condizioni di coerenza (necessarie *e sufficienti* in base a un'analisi sostanziale) si ritiene di poterne aggiungere altre: *assiomi* che per il fatto di *restringere* l'ambito delle valutazioni ammissibili sono giudicati *costruttivi* anziché (come sono) assurdi; si dice che... « colmano una lacuna » (pagina 167). Anche l'assioma « L'insieme dei numeri primi è finito » colmerebbe, nell'identico senso, una *lacuna* nella teoria dei numeri.
3) Uno degli assiomi aggiuntivi (cfr. (2)) è la sostituzione della condizione di coerenza con quella, più restrittiva, di « coerenza stretta » (solo gli eventi impossibili hanno probabilità nulla!). Si rileva (pag. 189) che ciò è assurdo se i casi possibili sono ad es. i punti di un intervallo, ma non si pensa che allora esiste anche una suddivisione in due soli casi possibili in cui uno ha probabilità nulla (un punto a probabilità nulla e l'insieme di tutti gli altri).
4) Un'idea sottostante al paradosso ad (3) (e legata al linguaggismo ad (1)) è che la probabilità di un evento vada considerata (e ne dipenda?) nell'ambito in cui quell'evento è collocato (quel « punto » nell'infinità dei punti dell'intervallo, o invece contrapposto al suo complementare?). (Questa è una brutta consuetudine diffusa; nel mio

libro la ho più volte attaccata come « Letto di Procuste »).
5) La conclusione ad (3) viene accettata per « argomenti » quali il suo « maggior grado di immediatezza a livello intuitivo » (pag. 186). Analoghe giustificazioni si danno in casi simili. Si fa dunque appello all'intuizione (!) per accogliere assiomi gratuiti o anche assurdi che piacciono, mentre la si bandisce là dove occorrerebbe farne uso realmente per vagliare in concreto fatti e situazioni.
6) In fatto di induzione, vengono introdotte attraverso « assiomi » ad hoc delle conclusioni « intuitivamente accettabili » (pagg. 116, 119, ecc.). Anche qui la loro indipendenza dagli assiomi effettivi dimostrerebbe... non che sono false (come è facile verificare) bensì che sono costruttive.
7) Vengono usati metodi sostanzialmente bayesiani, ma non con la loro giustificazione naturale, bensì soltanto in casi speciali (« continuo » di Carnap e di Hintikka, risp. a 1 e 2 parametri) basati su « ipotesi » artificiose e astratte (capp. VII e IX), su parametri di significato altrettanto soggettivo quanto metafisico e per di più malamente interpretato (indici di « fiducia nella regolarità della natura » e « nelle convinzioni a priori dello sperimentatore »). Viene invece giudicato « un ripiegamento su posizioni prescientifiche » (pag. 262) il basarsi sull'impostazione bayesiana (forse meglio, « neobayesiana ») in cui le probabilità iniziali (niente « a priori ») vengono valutate, anziché in tale modo artificioso e pretestuoso, nel modo sensato consistente (come fa ogni persona ragionevole, scienziato o comune mortale) nel tener conto di tutte le conoscenze teoriche e pratiche relative a un fenomeno per costruirsi l'espressione delle « convinzioni *iniziali* » (dello sperimentatore, se così si vuol dire).
Guardando con tali occhiali, la « scientificità » dipenderebbe cioè dall'introdurre enormi ed abnormi dosi di simbolismo senza degnarsi di pensare ai fatti che vi si dovrebbero raffigurare: pensando ad essi, che non sono entità astratte logicamente *pure*, inevitabilmente tutta la preziosistica « scientificità » ne risulterebbe inquinata!
Dichiarazioni esplicite, che potrebbero risultare chiarificatrici se non fossero totalmente contraddittorie, sono le seguenti che si trovano a una sola pagina di distanza. L'una (a pag. 308) scinde il problema dell'induzione in due aspetti distinti: quello *filosofico*, « di come sia possibile giustificare le inferenze induttive », e quello *logico*, « che si disinteressa invece della giustificazione dell'induzione e, accettando come un *dato di fatto* che *la scienza compie delle inferenze induttive*, cerca di chiarire le modalità con cui dette inferenze vengono effettuate ». L'altra (a pag. 307) afferma invece che « Per i logicisti vi è una completa identificazione tra la logica induttiva e il calcolo delle probabilità », in quanto « non si tratta più di accettare o rigettare una ipotesi sulla base di un ragionamento induttivo ma di assegnarle un valore di probabilità ».
Questa seconda posizione coincide (se presa sul serio) con quella soggettivistica: quando si accetta di ragionare coerentemente, cioè in base alla teoria delle probabilità anziché ignorandola o calpestandola, essa fornisce direttamente e inscindibilmente tutte le conclusioni e la loro giustificazione. Quanto alla prima posizione, basti un'osservazione incidentale. Non mi consta che « la scienza » (forse si voleva dire « Minerva », o esiste altra mitologia più moderna?) compia delle inferenze, e, se si tratta di conclusioni cui sono pervenuti altri uomini, non vedo perché le loro inferenze vadano prese come base « oggettiva ». Certo, sono « dati di fatto », ma come tali dovrei imparzialmente basarmi anche sui metodi di ragionamenti degli squilibrati (e, perché no, perfino sui ragionamenti miei che diventeranno essi stessi « dati di fatto » appena li avrò fatti).
E fermiamoci a questi sette punti; si potrebbe continuare, ma, per rendere completa l'analisi dei motivi di dissenso non si finirebbe più. D'altronde, come saggio della diversità dei modi di pensare ce n'è invece già d'avanzo. Ma forse anche i cenni a singoli problemi erano afferrabili e utili come orientamento sulla problematica in oggetto da parte del lettore medio.

S.: Sì, mi pare che da queste esemplificazioni la contrapposizione risulti netta e sia balzata viva...

BdF.: ... Ma c'è un fatto curioso che va detto. Ho l'impressione che entrambi gli interlocutori vedano se stesso nel ruolo di Galileo e l'antagonista nei panni di Simplicio!

S.: È divertente! Sentiamo le ragioni che Lei adduce dal Suo punto di vista.

BdF.: Il soggettivista vede nei propri ragionamenti la modernità antimetafisica del pragmatismo (penso soprattutto a Vailati!) che accetta solo definizioni operative (Mach, Einstein, Bridgman,...), mentre ravvisa in quelli dei logicisti, emananti dal vuoto dell'astrazione, una reviviscenza dell'apriorismo aristotelico medievale. Anzi, mi hanno fatto sovvenire di una osservazione che ricordavo di aver letto molto tempo fa e che sono andato a ricercare (in Federigo Enriques, « Per la storia della logica », Zanichelli 1922, pagine 177-78): la ripeto facendola mia e riferendola al nostro argomento.
« Rivive qui l'idea alchimistica espressa dall' 'Ars magna ' dal mistico catalano Raimondo Lullo (1235-1315), che, disponendo arbitrariamente concetti materiali o formali sopra tre cerchi girevoli attorno ad un punto, ne produceva a volontà tutte le combinazioni possibili: singolare miscuglio di verità e di stravaganze! Quanto di quest'idea sopravvive nella fede che i logici matematici più recenti accordano ancora alla magica virtù creativa o euristica dei simboli? ».

S.: Ed ora mi faccia sentire l'altra campana!

BdF.: Il logicista vede nell'assiomatizzazione della matematica (secondo me utilissima, ma a suo tempo e luogo e con misura) un pretesto per sentirsi padrone di ridurre tutto a linguaggio, di dettare le leggi a suo piacimento ricamandoci sopra giustificazioni formalistiche, di snobbare chi crede ancora che il calcolo delle probabilità sia « il buon senso ridotto a calcolo », come diceva... sa chi?

S.: Chi?

BdF.: ... mah!... nientemeno che quel povero sprovveduto di Henri Poincaré! ... Però... non vi pare che avesse ragione?

S.: Non spetta certo a me rispondere, ma al lettore...

BdF.: Certo...

S.: ... a lui l'« ardua sentenza »! C'era però un punto in sospeso, quel certo

« fatto inesplicabile », finora appena accennato.

BdF.: Ebbene, come già accennato, il fatto è che, proprio riguardo alla concezione soggettivistica, è completamente sfuggita a Costantini la parte fondamentale, e cioè la « esplicita trattazione dei rapporti tra probabilità ed induzione operata dai soggettivisti » che a suo avviso « non esiste » (pag. 305), e che non è neppure elencata nella sua presentazione dei diversi (sei, se non più) « tentativi di giustificazione dell'induzione » (pagg. 309 e 310).

S.: Si tratta di un'impostazione introdotta da Lei?

BdF.: Nell'insieme, no: si tratta del classico punto di vista bayesiano (o neobayesiano, ma non è il luogo per sottilizzare su distinzioni). Di mio c'è la cura nell'evitare locuzioni a rigore prive di senso, se si prende sul serio (come io prendo) la concezione soggettiva (al di fuori della quale nessuno che parli di probabilità riesce a spiegare di che cosa stia parlando).
Si trattava precisamente, in tale caso, di eliminare il riferimento a « probabilità incognite » (cosa mai potevano essere???), e ciò è stato possibile mediante l'introduzione del concetto di « scambiabilità ». (In un primo tempo usai « equivalenza », termine poi abbandonato, seguendo un consiglio di Fréchet, a causa della sua ambiguità). La scambiabilità è una proprietà delle probabilità (soggettive, naturalmente), e in tale senso è valida e mostra quale fosse il senso sottostante all'enunciato impropriamente formulato menzionando misteriose probabilità « incognite ». Comunque, la mancata menzione di tale contributo non mi spiace tanto per l'argomento in sé, quanto per il fatto che esso costituisce uno dei pilastri della concezione soggettivistica. È grazie alla giustificazione del ragionamento induttivo da esso fornita in versione soggettivistica che la concezione soggettivistica ha guadagnato in completezza e quindi in consensi. Ignorando ciò, ogni discussione su di essa non può che riuscire manchevole.

S.: Forse tale teoria era stata poco divulgata? era difficile avere accesso a pubblicazioni che la svolgessero?...

BdF.: Tutt'altro, e proprio per questo il fatto è inesplicabile. La citazione precedente (sulla « trattazione » che « non esiste ») è tratta dalle mie lezioni al Corso CIME del 1959 a Varenna, intitolate « La probabilità e la statistica nei rapporti con l'induzione secondo i diversi punti di vista », e da ivi è tratto anche un altro passo (a pag. 306): « Il ruolo della teoria delle probabilità nell'impostazione della logica induttiva consiste nell'indicare come debba modificarsi la valutazione di probabilità relative ad eventi futuri in seguito al risultato di eventi osservati ». Senonché, invece di proseguire nella lettura del testo — dove avrebbe naturalmente trovato l'ampia esposizione dell'argomento preannunciata nel titolo e nella frase citata — l'A. deve essersi inesplicabilmente convinto che con quella frase avessi esaurito l'argomento, fermandosi. Egli infatti afferma (sempre a pag. 306): « Non esiste — le affermazioni che abbiamo ora viste lo confermano — alcun tentativo di precisare il discorso ». Quel discorso, del resto, era già stato precisato, nel senso della scambiabilità, embrionalmente in una comunicazione che feci nel 1928 al Congresso Internaz. dei Matematici a Bologna, sviluppato in una memoria all'Acc. dei Lincei (1930) e più nelle conferenze all'Inst. Poincaré di Parigi (1935) ripubblicate in inglese nel 1964 (in « Studies in subjective probability », a cura di Kyburg e Smokler, ed. Wiley), dopo che L.J. Savage l'aveva fatto conoscere in America nel suo fondamentale libro « The Foundations of Statistics » (Wiley, 1954).

S.: Ma a Lei non è proprio riuscito, o non ha neppure pensato, di trovare una giustificazione (in senso freudiano, magari...) di questo lasciarsi sfuggire una cosa così a portare di mano?

BdF.: Adesso che mi ci fate pensare... forse..., e già! proprio in certo senso freudiana..., una giustificazione potrebbe trovarsi..., sempre scavando in quella « sottile differenza di visuale » di cui si è già tanto parlato.
Può darsi che la mia trattazione sia sembrata a prima vista, senza leggerla, *non* una trattazione dell'induzione, perché studia matematicamente il modo in cui un individuo, per conservarsi coerente, deve tener conto dell'esperienza nel caso della scambiabilità (che corrisponde al caso tipicamente considerato nelle discussioni sul ragionamento induttivo). Questa forma corretta e naturale di porre la questione può ben sembrare attinente a una questione diversa, priva di rilevanza « filosofica », da parte di chi si sia abituato ad apprezzare, anziché conclusioni *dimostrate*, conclusioni stabilite sotto forma di « assiomi » estratti come conigli dal cilindro del prestigiatore.

S.: Si tratta allora di teorie completamente diverse, non confrontabili tra loro, dal punto di vista matematico?

BdF.: No, tutt'altro. Anzi, è proprio tale confronto che permette nel modo più immediato di chiarire la relazione che passa fra le due impostazioni e di riprendere su tale base precisa il confronto fra i sottostanti punti di vista. L'impostazione bayesiana presuppone che uno abbia un'opinione iniziale, consistente nella distribuzione di probabilità (che può essere una qualsiasi) per la « probabilità incognita » di eventi del tipo che si vuol considerare, supposti « indipendenti ». Quella soggettivistica è identica, salvo nel correggere la improprietà della precedente formulazione: in effetti non si ha « indipendenza » ma *scambiabilità*, e ciò implica già l'esistenza della distribuzione iniziale, la stessa di prima, ma riguardante non entità metafisiche come le presunte « probabilità incognite » bensì le effettive future frequenze (asintoticamente). In entrambe le presentazioni la distribuzione (sull'intervallo (0,1) dei valori possibili per una probabilità o frequenza) può essere *qualunque*; nessuna ulteriore restrizione è lecita (salvo, ovviamente, se ci si vuole espressamente limitare momentaneamente a un tipo di casi più ristretto trascurando gli altri altrettanto ammissibili).

S.: E nell'impostazione logistica?

BdF.: Matematicamente, le soluzioni che in essa vengono proposte sono le stesse, salvo che, partendo da precetti più o meno aprioristici e formalisti anziché da un'analisi diretta e spregiudicata, si arriva a considerare soltanto alcuni tipi semplici di distribuzioni, e le corrispondenti conclusioni vengono elevate al rango di speciali « schemi logici » del ragionamento induttivo. Per solito i logicisti si fermano al primo ben noto schema di Bayes-Laplace (distribuzione iniziale uniforme) e sue semplici derivazioni (per es. distribuzioni

« Beta », come nel « continuo » di Carnap).

S.: Ma adesso, di nuovo, mi sembra che non ci sia nulla di sostanzialmente diverso, e non riesco a vedere come e dove sussista un dissenso...

BdF.: Sta nel punto di vista. Il bayesiano dimostra e sa che, se l'opinione iniziale di qualcuno corrisponde alla distribuzione uniforme, questi, dopo aver visto r successi in n prove, deve valutare in $p=(r+1)/(n+2)$ la probabilità delle ulteriori prove (« regola di successione » dello schema Bayes-Laplace). Un logicista potrebbe accettare tale « regola » come « legge del ragionamento induttivo » (non credo si sia giunti a tanto, ma come esemplificazione semplificata rende l'idea).
Il fatto è che i logicisti, rifiutando la logica del probabile come strumento naturale e generale di ogni ragionamento in condizioni di incertezza, sono obbligati a inventarne dei surrogati per rimpiazzare i brandelli che vorrebbero salvare. Così, attraverso artificiose elucubrazioni formalistico-dogmatiche, falsano e complicano ciò che è semplice fino a renderlo astruso e fuorviante. Mi fanno ricordare (se è permessa una osservazione scherzosa) la gigantesca « macchina per tagliare il brodo » costruita per una festa delle matricole (quando ero studente a Milano, Politecnico),... ma poi si apprese che era già stato scoperto il modo di ingerire il brodo senza tagliarlo.

S.: Ed ora, viceversa, dopo un pronunciamento così perentorio, mi pare che il dissenso sia radicale e incolmabile più di quanto Lei mi avesse finora fatto pensare. Come si concilia ciò, ad esempio, col giudizio complessivamente favorevole riguardo al libro di Costantini ed anche riguardo a sue considerazioni e prese di posizione personali?

BdF.: Dovevo certamente tornare su questo punto, per evitare spiacevoli equivoci; grazie per avermene dato la occasione, evitandomi il rischio di scordarmene.
Le mie osservazioni critiche riguardano il punto di vista logicista (e un po' tutto l'eccesso di logicismo della cosiddetta « matematica moderna », dannoso quando va oltre il ruolo importantissimo della logica pretendendo invece di bandire o indebolire i non meno essenziali apporti empirico-intuitivi); in tal senso dovevo esprimermi in modo netto.
Il libro di Costantini è chiaro ed onesto; il lettore può trarne ottime informazioni e spunti per riflessioni; starà a lui vedere se accettare anche le inclinazioni dell'A. o no. (E l'A. stesso potrà ripensarci: anch'io, dopo un periodo di fanatismo per la logica (Peano, Russell,...), avvertii la necessità di equilibrarlo con altre esigenze).
Quanto alle « considerazioni e prese di posizione personali », io confido di intravvedere sempre, in tutti gli autori, il riflesso di loro atteggiamenti autentici — cioè *soggettivi*! — anche se militano sotto opposte bandiere...

S.: È forse effetto dei Suoi occhiali, che darà un motivo di più a coloro che li giudicano deformanti?

BdF.: Certo, può darsi... Ma comunque non potrei né saprei interpretare diversamente anche le affermazioni di Costantini che, in tal senso, mi sembra in genere di poter abbastanza sottoscrivere apprezzandone le argomentazioni. (E speriamo che ciò non gli riesca spiacevole...).

S.: Può menzionare qualche esempio anche in questo senso?

BdF.: Certamente. Devo però dire che non sempre appare chiaro se i giudizi sono propri dell'A. o riportati da altri e condivisi o meno. Ecco una critica ai frequentisti (tipo von Mises): « definendo la probabilità come la frequenza relativa di una successione infinita si compie un'astrazione che porta la teoria fuori del campo sperimentale e non si ha quindi più diritto di invocare l'esperienza » (pag. 43); altre seguono (ad es. pag. 47). Un'ammissione di relatività e quindi soggettività: « Cosa si vuole esattamente dire quando si afferma che *non si conoscono ragioni* (per dare probabilità diverse a casi analoghi)? Ciascuno, sulla base delle proprie convinzioni, può rispondere nel modo che crede più opportuno. Per alcuni la conoscenza di un dato fenomeno può costituire una *ragione* che altri non accettano » (pag. 61). Parlando di *rilevanza* « riappare... il vecchio circolo vizioso della definizione laplaciana (mentre se) è data in termini empirici si può evitare la circolarità ma... si va ovviamente contro l'impostazione di fondo del logicismo (pag. 63). A proposito dell'impostazione assiomatica di Kolmogorov, contraddicendo al miracolismo del senso nascente dagli assiomi, si dice che il calcolo « non può essere applicato senza un'adeguata definizione di probabilità » (pag. 114).
Che in effetti egli stesso parta da valutazioni soggettive risulta da esempi come quello di un tram (pag. 50) e quello di un dado (di cui uno può propendere a ritenerlo non « truccato » pur avendo dato risultati disuguali per « averlo comperato in un buon negozio »; pagina 59). Allo stesso riguardo « allo stato attuale delle conoscenze sembra che solo il giudizio individuale sia in grado di scegliere fino a che punto debbano essere tenute presenti le considerazioni a priori e inversamente le considerazioni a posteriori » (pag. 302). Ma l'affermazione più sintomatica, in quanto in essa si condensa il pensiero dei soggettivisti, è questa « La misura della credenza è cioè la sola quantità comune di cui disponiamo per confrontare due eventi, ed è quindi su di essa che dobbiamo fondare il nostro giudizio » (pag. 24).

S.: Perché dice che « condensa il pensiero dei soggettivisti »?

BdF.: Perché spiega che, per essi, la probabilità soggettiva si identifica con quella « logica » o « frequentista » (salvo i casi in cui non ritengano che logicisti e frequentisti non l'abbiano accettata troppo incautamente, accecati dalla lettera di definizioni da prendere con buon senso), al contrario di quanto mostrano di credere gli oggettivisti quando sembrano credere che i soggettivisti diano per partito preso valutazioni diverse. In realtà essi non respingono nessuna delle ragioni tenute presenti da altri, ma criticano l'unilateralità e la meccanica superficialità con cui quelli le intendono, trascurando gli altri motivi non meno validi per il fatto di non prestarsi a venir tradotti in schemini formalistici o in fumose disquisizioni logico-metafisiche.

S.: Con ciò mi pare che i lettori abbiano già un panorama abbastanza esauriente sullo stato attuale della problematica concernente i fondamenti del calcolo delle probabilità. Grazie.

BdF.: Grazie a Lei. È stata una conversazione molto piacevole.